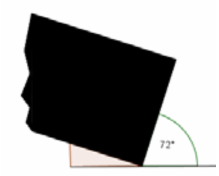
Falten eines 5-Ecks

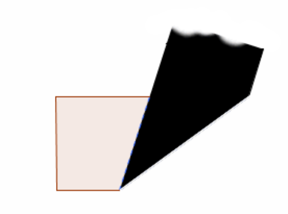
Albert A. Gächter

Anleitung:

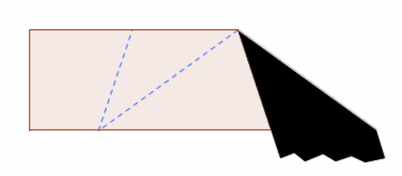
1. Papierstreifen von 3 cm Breite zuschneiden (hier: Rückseite schwarz).
2. Unter dem Winkel von 72° nach oben falten (UP) und wieder zurückklappen:

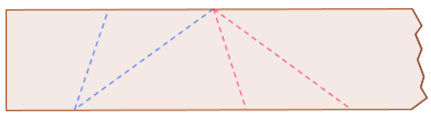


3. Ein zweites Mal nach oben falten (UP) und wieder zurückklappen:

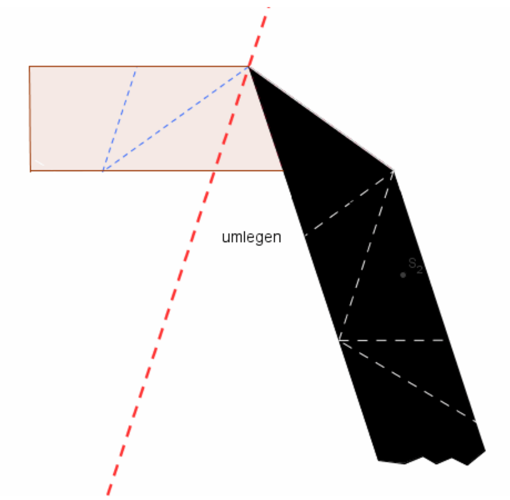


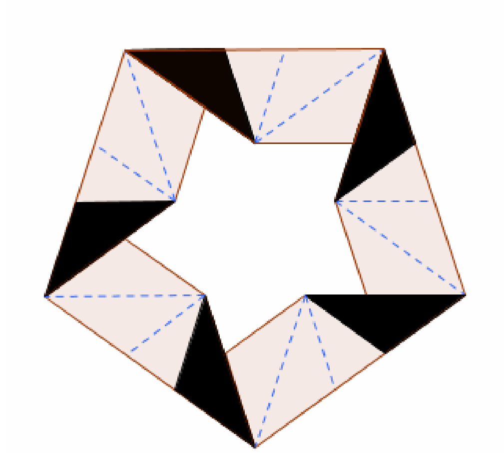
4. Nach unten falten (DOWN), zurückklappen, nach unten falten (DOWN), zurückklappen:





5. UP, UP, DOWN, DOWN (U^2D^2) wiederholen, bis 23 Dreiecke entstanden sind (ev. mehrere Streifen aneinanderkleben).
6. Jeweils entlang dem zweiten Mal DOWN falten, anschliessend umknicken und am Schluss beim Startdreieck einfahren, damit es hält:





Didaktische Hinweise:

- Für die Streifen eignet sich zweifarbiges Papier (vorne weiss, hinten schwarz). Beispielprodukt: Vangerow München, Nr. 37720.

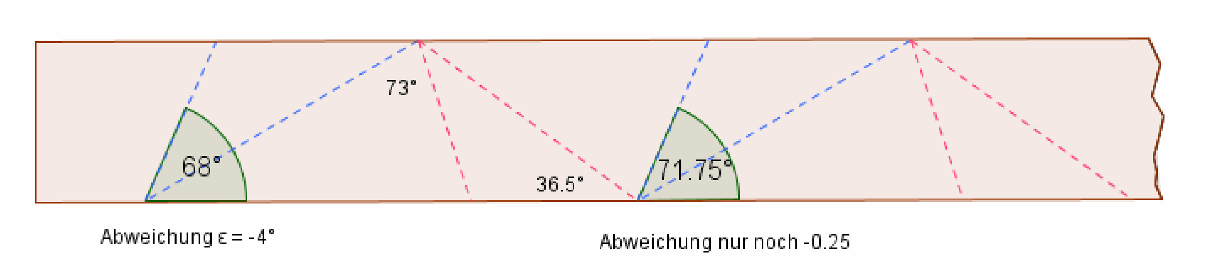
- Das Falten gelingt gut, wenn dies entlang eines dünnen Kartons geschieht.

- Wichtig: Beim Faltvorgang wird ein Schenkel auf den andern gelegt und damit der betreffende Winkel halbiert!

- Hilton/ Pedersen nennen dieses Verfahren FAT-Algorithmus (**f**old **a**nd **t**wist), da nach dem Falten noch „umgelegt“ wird, um das Vieleck zu formen.

- Beginnt man mit dem korrekten Winkel von 72°, so entstehen die beiden Arten goldene Dreiecke mit den Winkeln 36°, 36°, 108° und 72°, 72°, 36°.
  Wählt man zu Beginn einen von 72° abweichenden Winkel unterhalb 90°, so werden die Dreiecke sich sehr schnell zu den oben genannten „einpendeln“. Dieser „Einschwing-vorgang“ läuft rasant ab, geht der Fehler doch beim k-ten U^2D^2 mit dem Faktor $\frac{1}{2^{2k}}$ zurück.
  Dies bedeutet, dass man ohne Winkelmesser ein regelmässiges Fünfeck falten kann, wenn man die ersten gefalteten Dreiecke (Einschwingvorgang) weglässt!
  Eine solch schnelle Konvergenz ist sehr eindrücklich und liefert eine gute neuartige und **ungewohnte Visualisierung eines Grenzwertprozesses**.

- Fehlerberechnung:



$$k = 1$$
$$\alpha + \varepsilon$$

$$k = 2$$
$$\alpha + \frac{1}{2^{2k}}\varepsilon = \alpha + \frac{1}{16}\varepsilon$$

- Das gefaltete (zweifarbige) regelmässige Fünfeck besitzt einen ästhetischen Reiz und ist für jedes Schulzimmer eine Bereicherung. Legt man sich eine Sammlung weiterer gefalteter Vielecke durch Variation des FAT-Algorithmus an, so vergrössert sich nicht nur das Anschauungsmaterial, sondern ergeben sich Startpunkte für Exkursionen in die Zahlentheorie und Analysis.