mefi

VIII. Johannes Castillioneus *Dno.* *de* Montagny, *V. D. Philosoph. Prof. in Acad.* Lauzannesi, *Reg. Soc.* Lond. *Soc. &c. de Curva* Cardioïde, *de Figura sua sic dicta.*

S. P.

NON ignoro, V. C. novarum curvarum investigationem, tanquam nimis Analystis facilem, contemni: Cum tamen D. *Carré*, non mediocris Geometra Regiæ Scientiarum Academiæ, (28 Feb. 1705.) novam curvam, quanquam *vix summa sequens fastigia rerum*, proponere non dubitârit; cur tibi, viro in amicos benignissimo, nonnulla, quæ mihi ejusdem *Carré* dissertationem legenti venerunt in mentem, scribere non ausim? Sed procemiis omissis, ad rem.

Semicirculi *BMA*, (Fig. 1. 2. 3. TAB. III.) diameter *BA*, ita, puncto *B* peripheriam radens, ut semper transseat per punctum A gignet curvam, de qua agitur.

Ex generatione patet,

1°. Quod $DA\alpha$ normalis ad AB, æquat diametri duplum.

2°. Quod hujus curvæ peripheria $A\mathcal{D}Na\alpha\,NA$ finiet in A.

Curvam hanc a figura *Cardioïdem*, si placet, appellabimus.

Jam per a, & A ducantur aE, $A\mathcal{Q}$ normales ad aA, & ubi libet EN normalis ad aE: Ex genesi erit $AN = BA \pm AM$, & (per similitudinem triangulorum $\mathcal{Q}AN$, MBA) $A\mathcal{Q} = BM \pm M\mathcal{P}$, ac $N\mathcal{Q} = MA \pm A\mathcal{P}$.

Hæc est præcipua hujus curvæ proprietas, altera non injucunda est, quod recta NN semper æquat diametri duplum, & semper a circulo bisecatur in M.

Sit nunc $BA = a$, $aE = x$, $EN = y$, Erunt $\mathcal{Q}N = \mp y \pm 2a$, $AN = \sqrt{x^2 + y^2 - 4ay + 4a^2}$, & $MA = \mp a \pm \sqrt{x^2 + y^2 - 4ay + 4a^2}$; quæ quatuor lineæ per analogiam comparatæ, dant æquationem ad curvam.

$$y^4 - 6ay^3 \left.\begin{matrix} + 2x^2y^2 - 6ax^2y + x^4 \\ + 12a^2y^2 - 8a^3y + 3a^2x^2 \end{matrix}\right\} = 0$$

Curvæ subtangens juxta vulgatas methodos, est

$$\frac{2y^4 - 9ay^3 + 2x^2y^2 + 12a^2y^2 - 3ax^2y - 4ay^3}{6axy - 2xy^2 - 3a^2x - 2x^3} = \frac{\dot{x}}{\dot{y}}$$

Sed ex curvæ generatione facilior ducendæ tangentis ratio deduci potest. Veniat MAN in locum primo quamproximum mAn, sumantur $AR = AM$, & $Ar = AN$, & junctis MR, Nr, ducatur per A recta

AT iis parallela, & per Mm, Nn, rectæ MT, nt. Jam $nA : At :: nr$ (vel mR) $: rN :: mR \times MA : rN \times AM :: mR \times MA : MR \times AN :: MA \times Am : AN \times AT$, sed in ultima ratione $mA = MA$, & TA normalis ad MN, quare $nA : At :: \overline{MA}^2 : AN \times AT$; si nunc ex M ducatur per circuli centrum F, recta MF producenda, donec. rectæ TA item productæ occurrat in G, id est, usque ad circuli peripheriam, erit $\overline{MA}^2 = TA \times AG$; quapropter $nA : At :: AG : AN$; describatur igitur semicirculus per G, & N, qui secabit rectam AT in t, ex quo ducta recta tN erit tangens ad curvam, ad quam insuper recta NG est normalis; hinc jungantur MO, cui ex N ducatur parallela, quæ tanget curvam.

Hic obiter notandum puto hanc ducendarum tangentium methodum probe convenire pluribus curvis.

Sit AB, Fig. 2. Conchois Nicomedæa: Tunc (supposita superiori præparatione) $BP : Pt :: BR$, (vel cr) $: Rb :: cr \times CP : Rb \times CP$, (vel $rC \times PR$) $:: \overline{CP}^2 : TP \times PR$, unde deducitur superior constructio.

Recta longitudinis datæ Fig. 3. CPB, extremitate C radens rectam CDT ad DA normalem, semper transeat per punctum P datum in ipsa DA, & ita curvam AB gignat.

Superiorem præparationem, & ratiocinium huic aptans habebis $BP : Pt :: bR$ (rc) $: RB :: cr \times CP : RB \times CP$ $(BP \times rC)$ $:: \overline{CP}^2 : BP \times PT$, ut supra. Piget plura referre.

Cæterum methodus de *maximis, & minimis* dat maximam ordinatam $= \frac{9a}{4}$, & ejus abscissam $= \frac{a}{4}\sqrt{3}$. Posset eodem pacto investigari abscissarum maxima;

ſed *longæ ambages, ſeries ſed longa* laborum; quare ſic eam quærito.

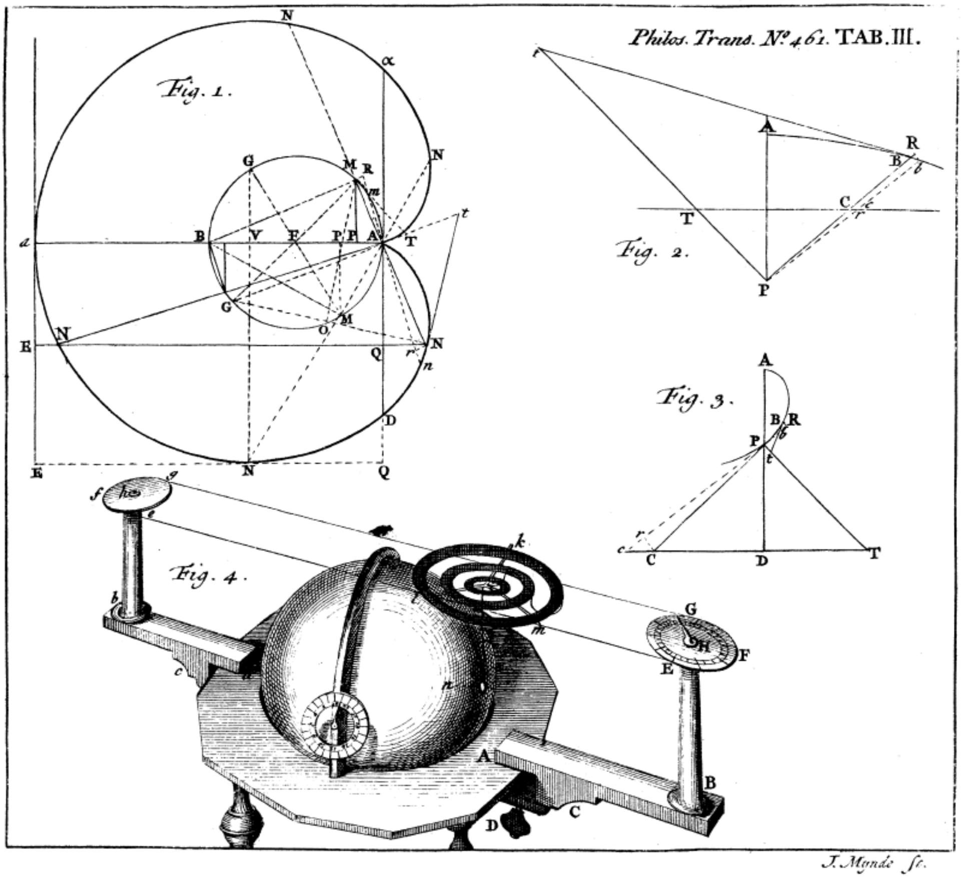
Quia EN, Fig. 1. eſt tangens ad curvam, recta MG ex puncto M per centrum F ducta determinat punctum G, ex quo ducta GN eſt normalis ad EN, ergo & ad Aa, ex hypotheſi, ſed $NQ = AV = MA + AP$; ergo $VP = MA$; atqui $BA : AM :: MA : AP$; ergo $BA : PV :: VP : PA$; ſed $PF = FV = a - 2z$; & ideo $a : a - 2z :: a - 2z : z$. Unde facile deduitur $z = \frac{a}{4}$, $EN = \frac{7a}{4}$, $AQ = \frac{3a}{4}\sqrt{3}$. Ubi notandum quod idem punctum M, quod præbet in recta $NAMN$ punctum majoris ordinatæ, præbet etiam punctum majoris abſciſſæ.

Sed jam ſatis patientia tua abuſus videor: quare finem faciam, nonnulla alia, quæ de hac curva commentatus ſum, propediem miſſurus, ſi putes hæc & ſimilia non indigna, quæ a te ſubciſivis horis legantur. Vale,

Vir, *quo neque candidiorem*
Terra tulit, neque cui me ſit devinctior alter.

Viviaci, pridie Kalendas Apriles 1741.

Quelle: Philosophical Transactions (1683 – 1775), The Royal Society, Vol. 41 (1739 – 1741).


Philos. Trans. N.º 461. TAB. III.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
J. Mynde sc.